

Tuhost mechanických částí.

Předeprnuté a nepředeprnuté spojení. Celková tuhosti kinematické vazby motor-šroub-suport.

R. Mendřický, M. Lachman – Elektrické pohony a servomechanismy

31.10.2014



Obsah prezentace

- Tuhost posuvového mechanismu
- Model mechanické části posuvu
- Tuhost soustavy motor – šroub - suport
 - Styková tuhost kuličkového šroubu
 - Tuhost axiálního uložení
 - Poddajnost šroubu v tahu – tlaku
 - Poddajnost šroubu v krutu
 - Výsledná tuhost soustavy
 - Tlumení soustavy
 - Vlastní frekvence soustavy

Tuhost mechanické části posuvu

- Tuhost je veličina charakterizující závislost deformace daného členu na zatížení. V pohonech se jedná většinou buď o torzní tuhost

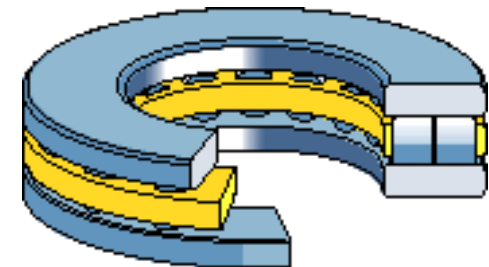
$$\kappa = \frac{dM_k}{d\varphi} \quad [Nm \cdot rad^{-1}]$$

- nebo o tuhost v tahu (tlaku)

$$k = \frac{dF}{dx} \quad [N \cdot m^{-1}]$$

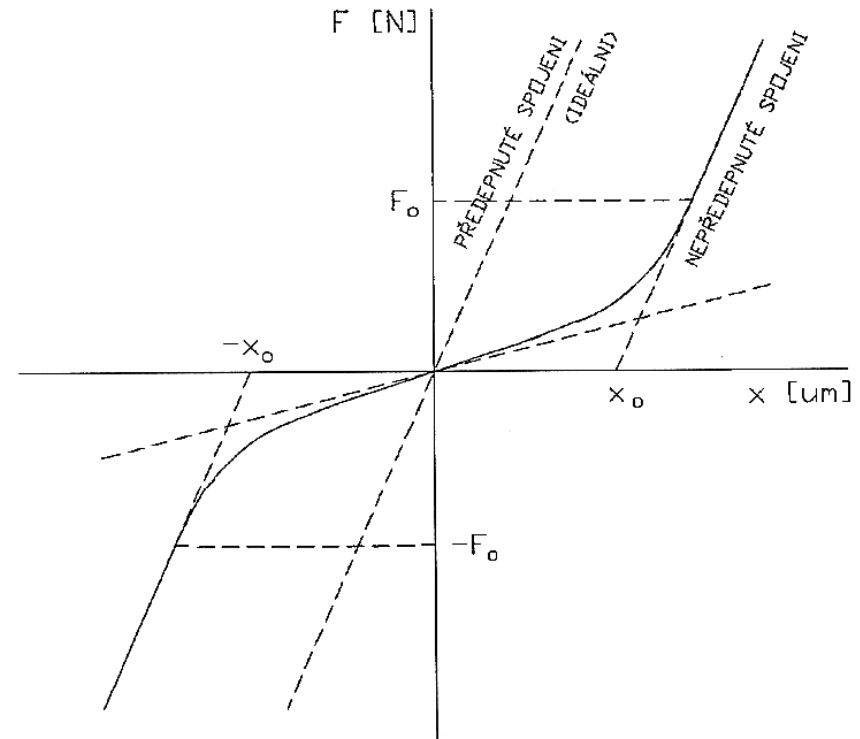
- Inverzní veličinou k tuhosti je poddajnost

$$d = \frac{1}{k} \quad [m \cdot N^{-1}]$$



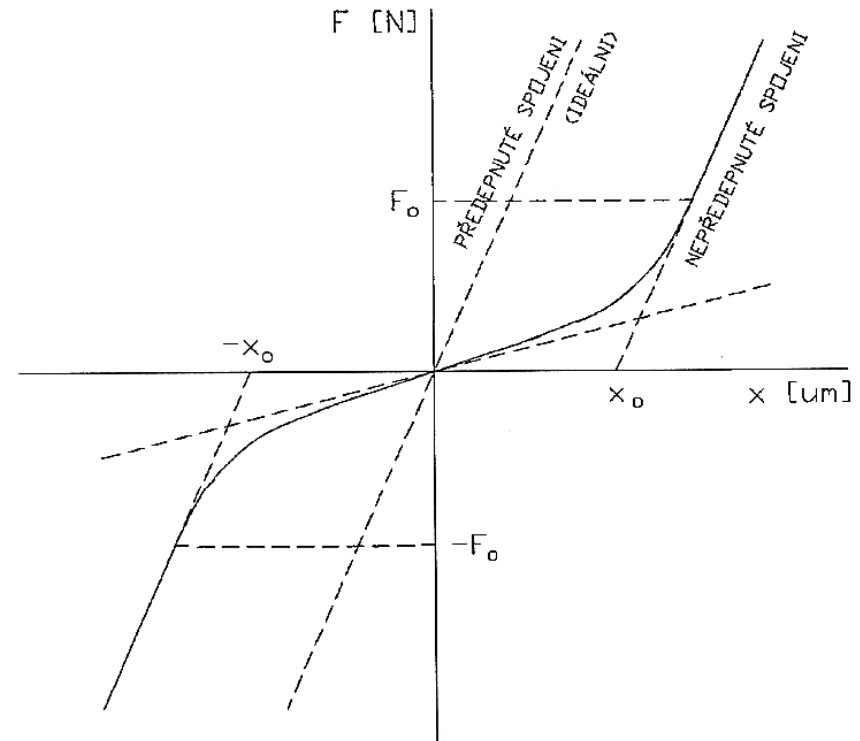
Tuhost mechanické části posuvu

- Tuhost reálných mechanismů zpravidla není konstantní, ale mění se se zatížením – viz obrázek
- Při malém zatížení je tuhost např. axiálního ložiska velmi malá, protože všechny valivé elementy nejsou stejně zatíženy a uplatňuje se menší tzv. **styková tuhost**.
- Při dosažení síly F_0 již všechny části ložiska přenášejí zátěž a strojní část opouští oblast proměnné tuhosti a přechází do oblasti konstantní tuhosti.



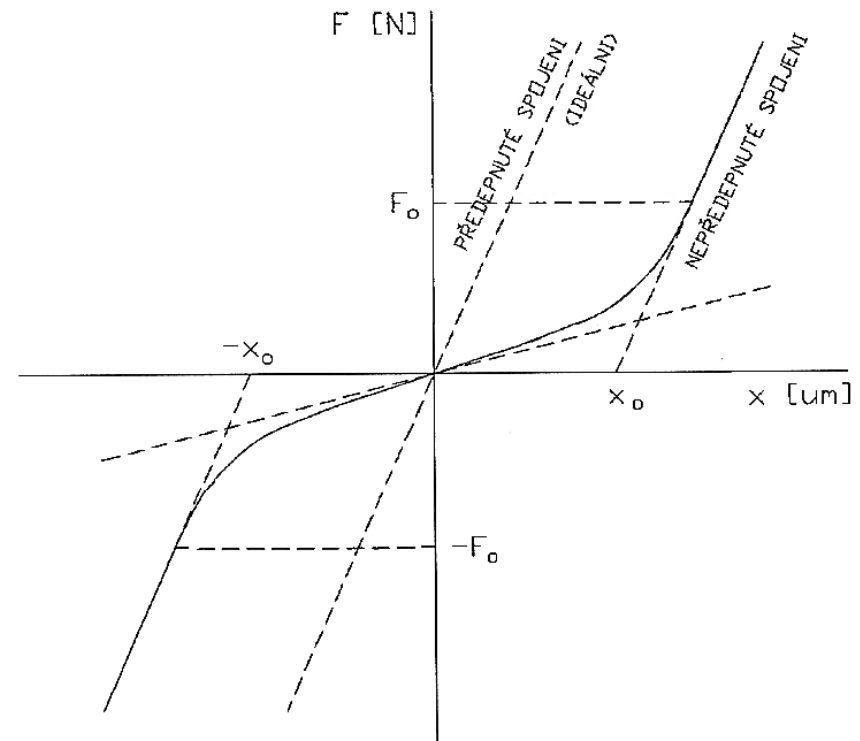
Tuhost mechanické části posuvu

- Proměnná tuhost má značný vliv na parametry pohonu: pásmo deformací $\pm x_0$ se projevuje jako „vůle“ (viz dále) a se změnou tuhosti se také mění vlastní frekvence mechaniky pohonu f .



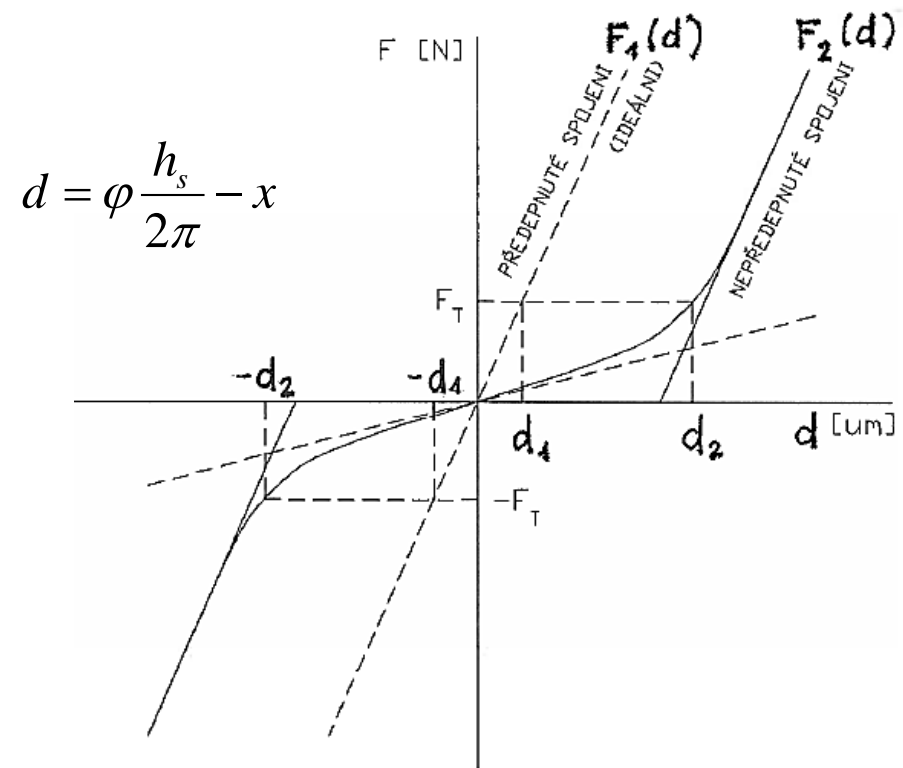
Tuhost mechanické části posuvu

- Proto se součásti pohonů často předepínají silou F_0 a tak se zcela, nebo alespoň zčásti odstraní pásmo proměnné tuhosti při malých zatíženích.
- U pohonů posuvů se běžně předepíná spojení šroub - matice a axiální uložení šroubu. U axiálně oboustranně uložených šroubů kromě toho také bývá předepnut šroub na tah.



Ztráta pohybu vlivem konečné tuhosti a pasivních odporů

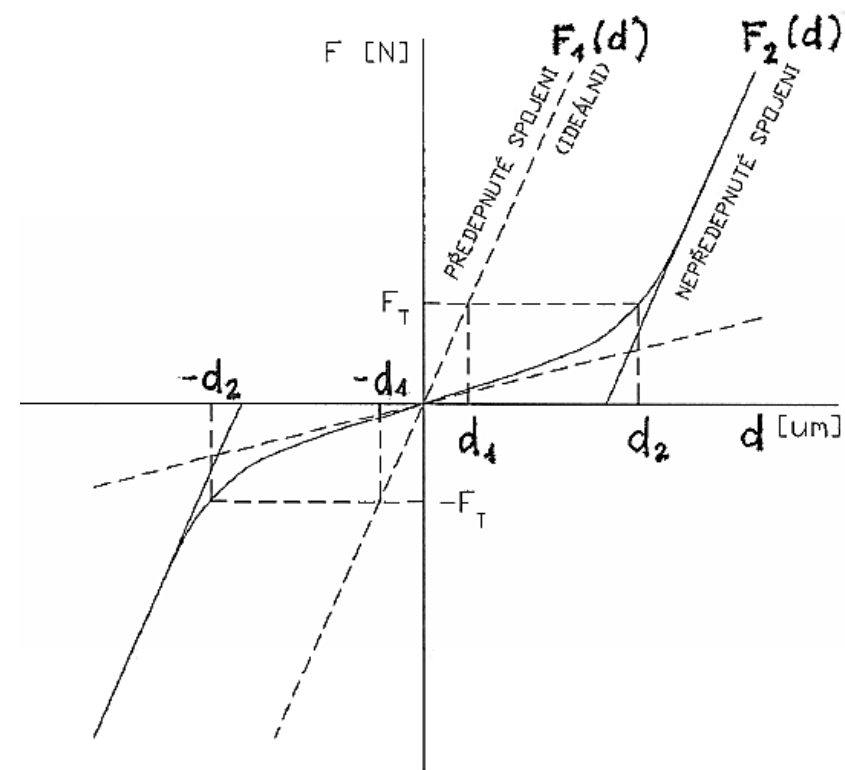
- Deformace \underline{d} je rozdíl mezi „teoretickou“ polohou suportu danou převodem a natočením šroubu $\underline{\varphi}$ a skutečnou polohou suportu \underline{x} .
- Deformace závisí na tuhosti soustavy a tření.
- Velikost síly F působící na suport je dána velikostí pružných deformací v soustavě šroub – matice, tedy $F_2(d)$ pro nepředepnuté spojení, resp. funkcí $F_1(d)$ pro předepnuté spojení.



F_T [N] ... velikost třecích sil ve vedení suportu
 d_1, d_2 [mm] ... deformace nutná k vyvolání síly $F = F_T$
 h_s [mm/ot] ... stoupání posuvového šroubu

Ztráta pohybu vlivem konečné tuhosti a pasivních odporů

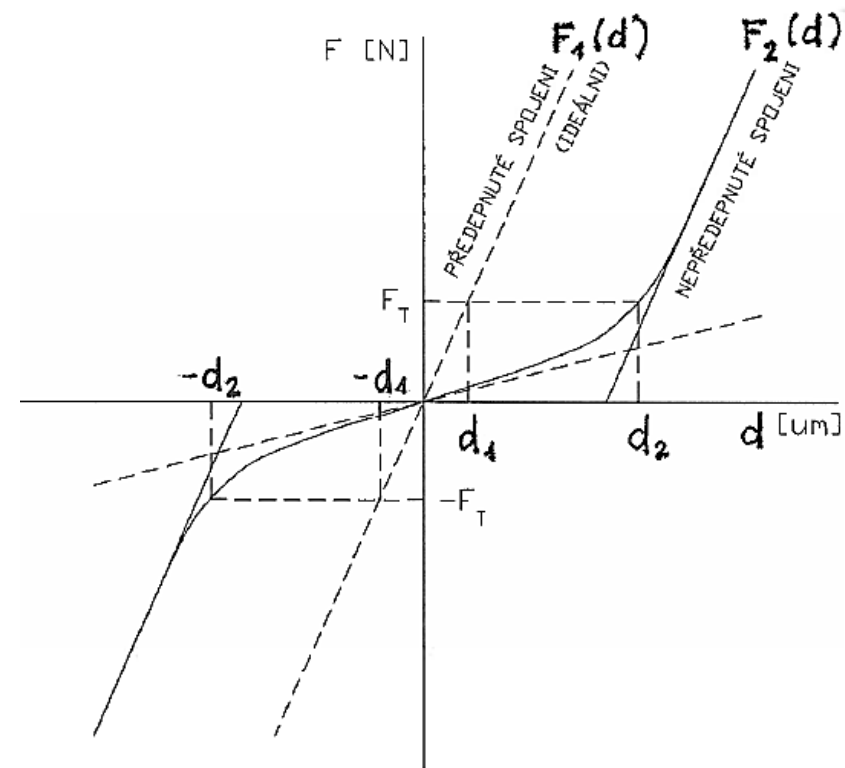
- Suport se pohne až tehdy, když síla \underline{F} bude větší než třecí síly \underline{F}_T .
- Velikost deformací d_1 resp. d_2 nutných k vyvolání pohybu suportu je patrná z diagramu.
- Z hlediska regulátorů pohonu je uvedené chování podobné stavu, kdy je v pohonu **vůle** o velikosti $2 \cdot x_t = 2 \cdot d_1$ resp. $2 \cdot x_t = 2 \cdot d_2$



F_T [N] ... velikost třecích sil ve vedení suportu
 d_1, d_2 [mm] ... deformace nutná k vyvolání síly $F = F_T$
 h_s [mm/ot] ... stoupání posuvového šroubu

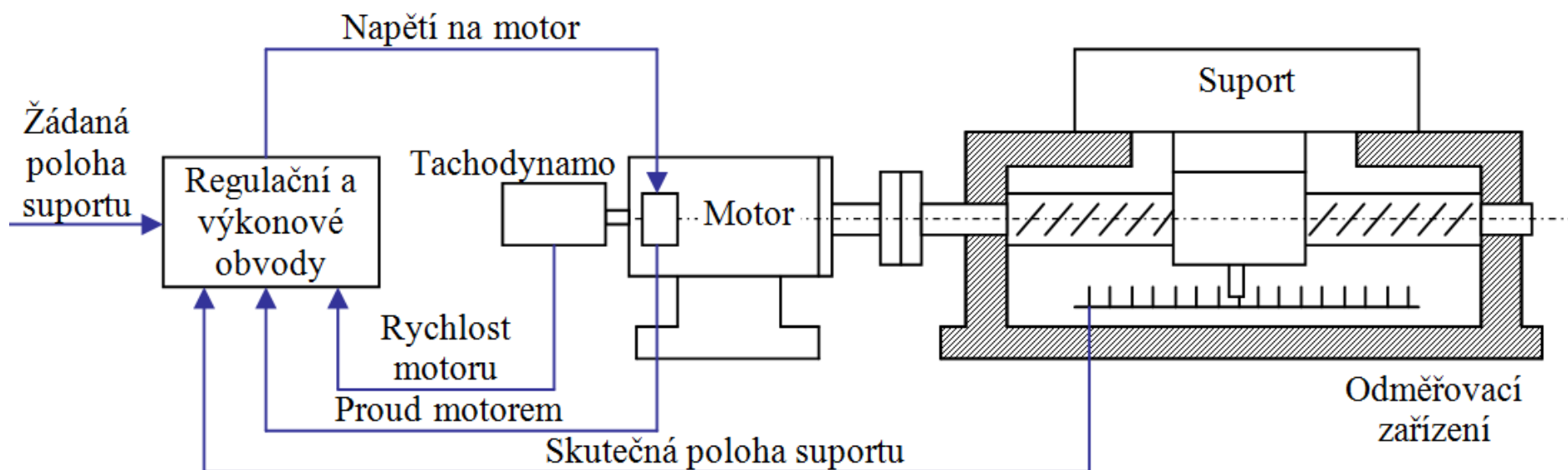
Ztráta pohybu vlivem konečné tuhosti a pasivních odporů

- Při nepřímém odměřování se ztráta pohybu projevuje jako vůle v pohonu!
- Při přímém odměřování se příliš velká ztráta pohybu nebo vůle může projevit nelineárními ("pomalými") kmity servopohonu.



F_T [N] ... velikost třecích sil ve vedení suportu
 d_1, d_2 [mm] ... deformace nutná k vyvolání síly $F = F_T$
 h_s [mm/ot] ... stoupání posuvového šroubu

Model mechanické části posuvu

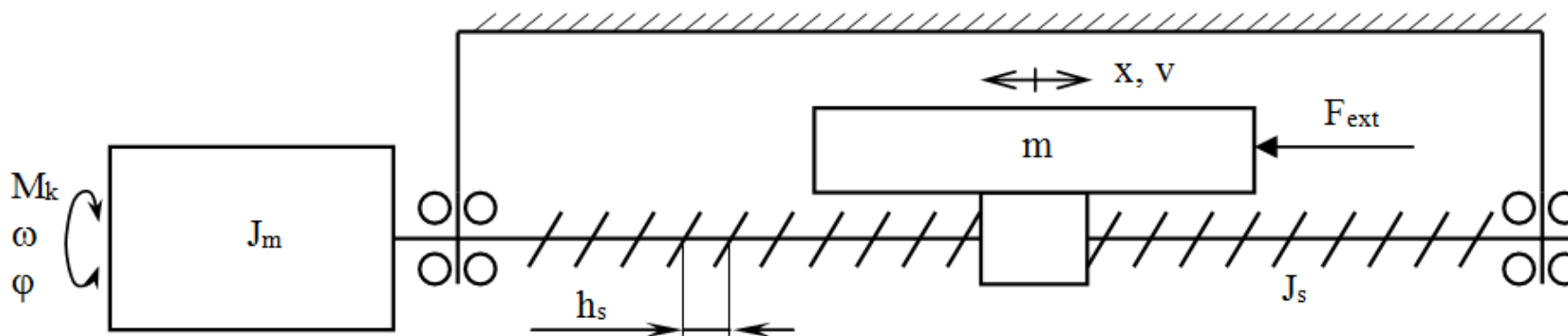


Principiální uspořádání pohonu posuvu

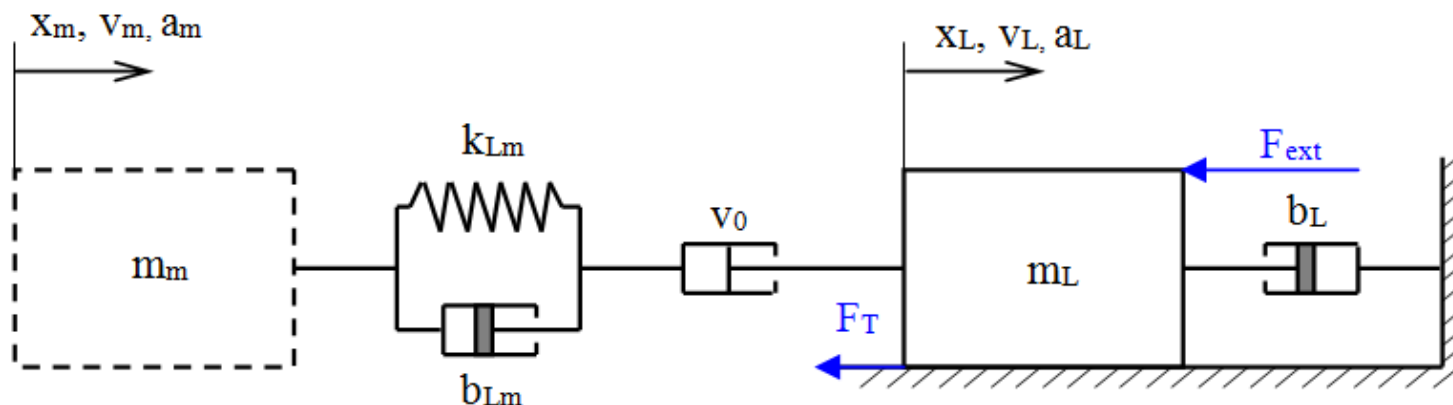
Model mechanické části posuvu

- Servopohon nejčastěji uvažujeme jako dvouhmotový systém.
- Jedna hmota je tvořena rotačními částmi (motor a šroub) a druhá částmi posuvnými (suport s obrobkem) uloženými na pružině, jejíž poddajnost je dána především součtem stykové poddajnosti mezi šroubem a maticí, poddajností axiálního uložení šroubu a poddajností šroubu v tahu – tlaku.
- Tato náhrada není sice zcela přesná, ale protože nejpoddajnějším místem bývá právě styk šroub – matice, nejvíce se tedy reálnému modelu přiblížíme umístěním pružiny právě mezi šroub a suport.
- Model tříhmotový (motor – šroub – suport) je dobré použít především u velkých strojů s dlouhými závity a těžkými suporty a také u strojů, kde je mezi motor a šroub vložen poddajný převod.

Model mechanické části posuvu (dvouhmotový)



$$x_m = k_s \cdot \varphi$$

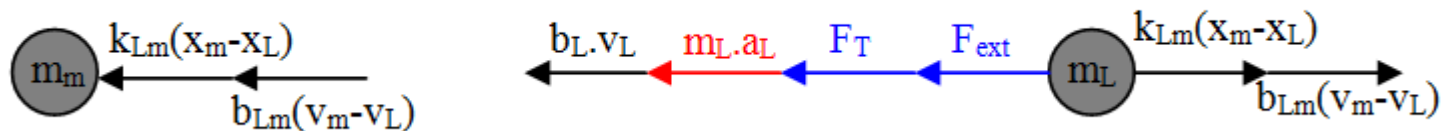


Model mechanické části posuvu

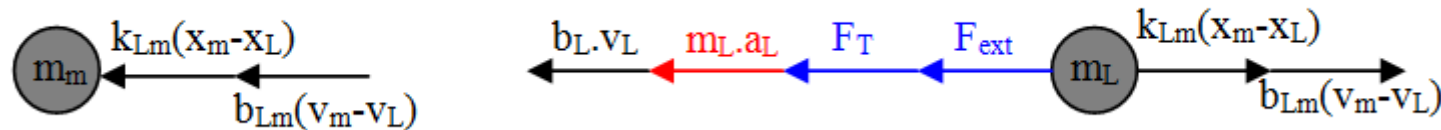
- Hmota suportu je uložena na pružině o tuhosti k_{Lm} s vnitřním tlumením b_{Lm} , což je tlumení suportu vzhledem k rotačnímu pohybu šroubu.
- Dále se zde vyskytuje součinitel tlumení posuvných hmot vůči loži b_L , který je ovšem při použití valivého vedení výrazně menší než součinitel b_{Lm} , a můžeme ho zanedbat.
- Veškeré vůle v mechanice suportu přepočtené na jeho posuv vystihuje vůle o velikosti v_0 .
- Dalším nelineárním prvkem je třecí síla F_T . Tato třecí síla vystihuje pasivní odpory mechanické části stroje, které jsou dány nejen třecími silami ve vedení suportu, ale také třecími momenty ložisek a kuličkového šroubu (zvýšení tuhosti - předepnutí).

Model mechanické části posuvu

- Na hmotu m_L nepůsobí ovšem pouze síly od pružiny k_{Lm} , tlumení b_{Lm} a síly pasivních odporů, ale také síly zátěžné (externí) a síly setrvačné. Předchozí člen o hmotnosti m_m , reprezentující hmotu motoru, je zpětně ovlivňován silami od pružiny a tlumení. Pokud tuto zpětnou sílu vynásobíme převodem šroubu k_s , získáme zátěžný moment M_z , kterým je motor od suportu zatěžován.
- Provedeme – li tedy uvolnění jednotlivých členů, můžeme napsat pro hmotu m_L rovnici rovnováhy:



Model mechanické části posuvu



$$m_L \frac{d^2 x_L}{dt^2} + F_T + F_{ext} = k_{Lm} (x_m - x_L) + b_{Lm} \left(\frac{dx_m}{dt} - \frac{dx_L}{dt} \right)$$

- Na tuto rovnici provedeme Laplaceovu transformaci a vyjádříme si x_L tak, abychom mohli podle upravené rovnice vytvořit blokové schéma mechanické části.

$$m_L s^2 x_L + F_T + F_{ext} = k_{Lm} (x_m - x_L) + b_{Lm} s (x_m - x_L)$$

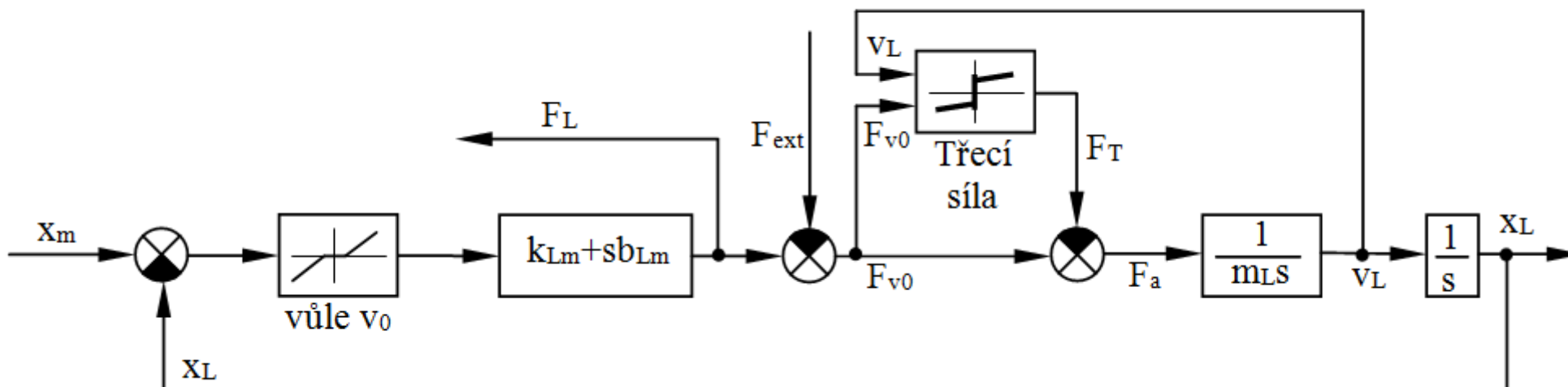
$$m_L s^2 x_L + F_T + F_{ext} = (x_m - x_L) (k_{Lm} + s b_{Lm})$$

$$x_L = \frac{(x_m - x_L) (k_{Lm} + s b_{Lm}) - F_T - F_{ext}}{m_L s^2}$$

- Těž vyjádříme sílu, která zpětně působí na hmotu m_m :

$$F_L = (x_m - x_L) (k_{Lm} + s b_{Lm})$$

Model mechanické části posuvu



Blokové schéma mechanické části posuvu

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

- Převod kuličkového šroubu vypočítáme z jeho stoupání: $k_s = \frac{h_s}{2\pi}$
- do výpočtu tuhosti soustavy šroub – matice – uložení zahrnujeme zpravidla tyto deformace:
 - a) deformace ve styku kuliček s oběžnými drahami šroubu a matice
 - b) deformace axiálních nebo kosoúhlých ložisek
 - c) deformace šroubu v tahu – tlaku
 - d) deformace v krutu jádra šroubu

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Styková tuhost kuličkového šroubu:

- Samotná styková tuhost kuličkových šroubů není zcela lineární a nezávisí pouze na počtu nosných závitů nebo průměru kuliček, ale i na velikosti zatížení a u předepnutých matic také výrazně na velikosti předepnutí.
- Lze použít hrubý empirický vztah:

$$k_{st} = z \cdot 5 \cdot D \text{ [mm]} \quad [\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1}]$$

z ... počet nosných závitů

D ... průměr šroubu v mm

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

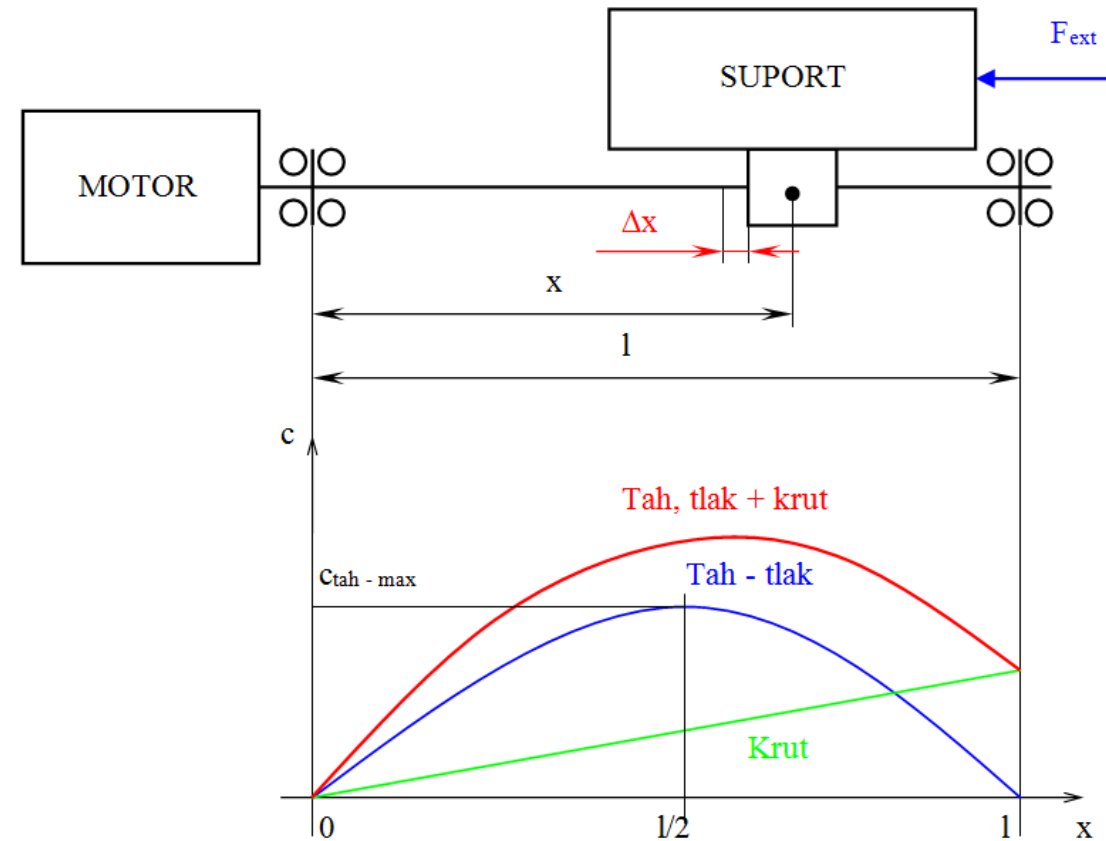
Tuhost axiálního uložení:

- Výpočet tuhosti se provádí podobně jako u kuličkových šroubů.
- Velikost tuhosti lze dohledat v katalogu výrobců ložisek.
- Tuhost je nezávislá na zdvihu (poloze suportu).
- V případě oboustranného uložení kuličkového šroubu jde o paralelní řazení tuhostí a výsledná tuhost obou ložisek bude součtem tuhostí dílčích.

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Poddajnost šroubu v tahu – tlaku:

- Na rozdíl od stykové poddajnosti je poddajnost v tahu – tlaku nezávislá na předpětí, neboť závislost mezi silou a deformací je lineární.
- Velikost deformace závislá na místě polohy suportu x . Největší poddajnost je pro případ oboustranného axiálního uložení uprostřed (pro $x = 1/2$).



Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Poddajnost šroubu v tahu – tlaku:

- Pro další výpočty nebudeme proměnlivost uvažovat a budeme zjednodušeně počítat s maximální poddajností:

$$c_{tah} = \frac{l}{4ES}$$

- Tuhost je převrácená hodnota poddajnosti, tedy tuhost šroubu v tahu – tlaku bude:

$$k_{tah} = \frac{1}{c_{tah}}$$

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Poddajnost šroubu v krutu:

- Pro výpočet poddajnosti šroubu v krutu redukované do osy šroubu použijeme:

$$c_{krut} = \frac{k_s^2 \cdot x}{G \cdot J_k}$$

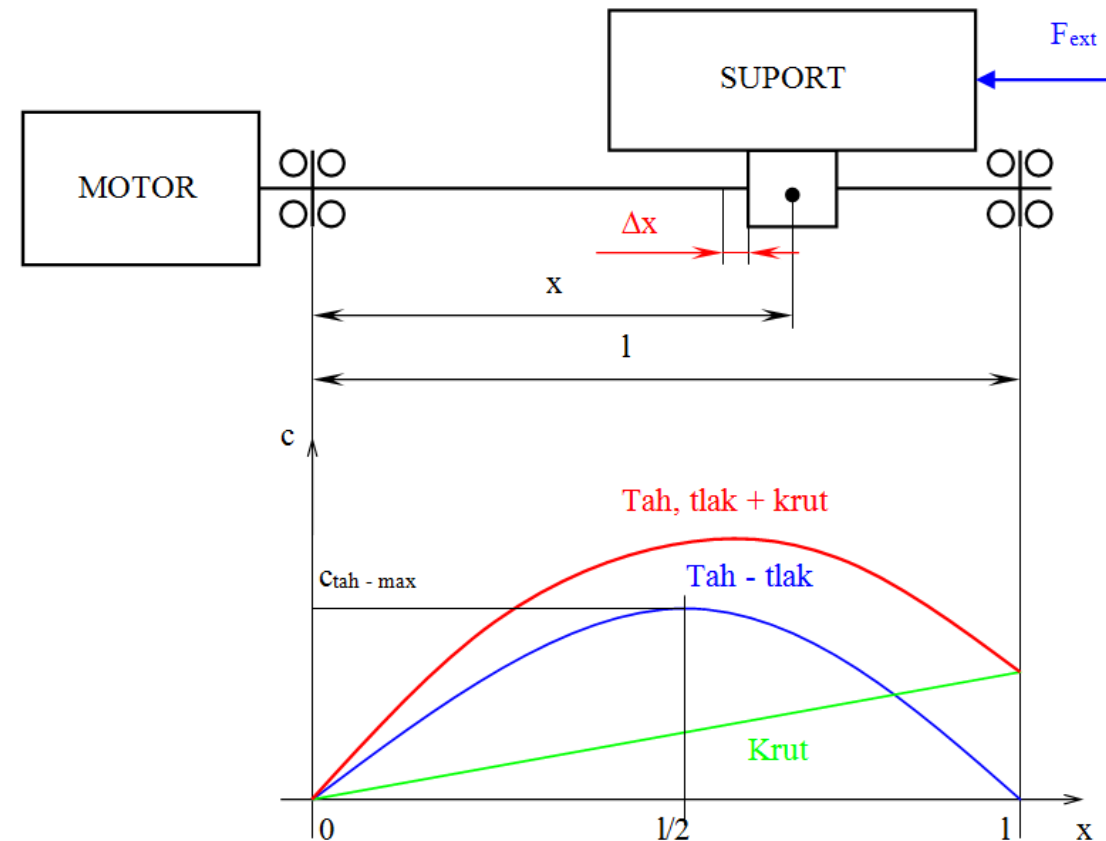
- Kde J_k [m⁴] je polární moment setrvačnosti a $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ [N.m⁻²] je modul pružnosti oceli ve smyku.

$$J_k = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Poddajnost šroubu v krutu:

- Poddajnost šroubu v krutu roste lineárně s polohou suportu x . Největší hodnoty tedy nabývá na opačném konci, než působí motor kroučícím momentem. Zde je ovšem minimální poddajnost šroubu v tahu, celková poddajnost zde tedy nebude největší (extrém - derivace = 0 \rightarrow blízko za polovinou \rightarrow zjednodušeně lze počítat pro $x = 1/2$).



Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Výsledná tuhost soustavy:

- Výsledná tuhost mechanické části pohonu redukována na posuv suportu je dána stykovou tuhostí mezi šroubem a maticí, tuhostí v axiálním uložení šroubu a tuhostí samotného šroubu v tahu a krutu.
- Všechny tyto tuhosti jsou řazeny sériově, budeme tedy sčítat jejich převrácené hodnoty (poddajnosti):

$$\frac{1}{k_{Lm}} = \frac{1}{k_{st}} + \frac{1}{k_{lož}} + \frac{1}{k_{tah}} + \frac{1}{k_{krut}}$$

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Tlumení soustavy:

- Výpočet vnitřního tlumení b_{Lm} provedeme podle vztahu:

$$b_{Lm} = 2\xi \sqrt{k_{Lm} m_L} \quad [N \cdot s \cdot m^{-1}]$$

ξ ... poměrný útlum

Tuhost soustavy motor – šroub - suport

Vlastní frekvence soustavy:

- Při návrhu pohonu, kde ovládaná část leží uvnitř polohové smyčky, je nutno kontrolovat vlastní frekvenci ovládané části. Z podmínky pro minimální vlastní frekvenci pak vychází minimální požadovaná tuhost soustavy. Mezi oběma veličinami platí vztah:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{Lm}}{m}}$$

k_{Lm} (k) ... mechanická tuhost posuvového mechanismu
 m hmotnost ovládané části

- S ohledem na docílení dobrých parametrů pohonu je třeba dodržet podmínku:

$$\underline{f > 50 \text{ Hz}}$$

Literatura

[1] Mendřický, R.: Vliv vůlí na vlastnosti pohonu posuvu číslicově řízeného obráběcího stroje. [Diplomová práce]. Liberec 2000. - TU v Liberci. Fakulta strojní.