

Dimenzování pohonů. Parametry a vztahy používané při návrhu servopohonů.

M. Lachman, R. Mendřický - Elektrické pohony a servomechanismy

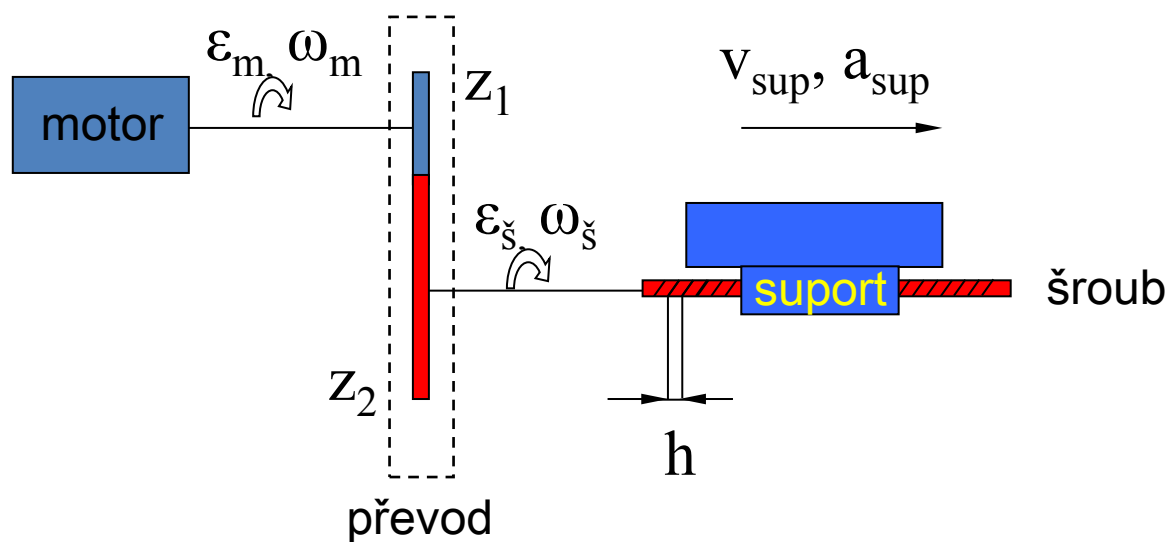
13.4.2015

Požadavky na pohon

- Dostatečný moment v celém rozsahu rychlostí pro překonání vnějších sil
- Vyhovovat požadavkům na přesnost regulace polohy a plynulost pohybu.

1. Zadání úlohy

- Základem je kinematické schéma pohonu a řízené části



Co musíme znát?

- F_r [N]- maximální řezná síla
- F_t [N]-třecí síla (ve vedení)
 $k_t = 0$ hydrostatická, $k_t = 0,5$ valivá, $k_t = 1-2$ ostatní
- (F_g) [N]-max. síla způsobená nevyvážením suportů (není-li suport vodorovně uložen)
- α [°]-sklon suportu
- m_z [kg]-hmotnost suportu (včetně zátěže)
- x_{\max} [m]-maximální zdvih suportu
- v_r [m.s⁻¹] – max. rychlost (rychloupusuv)
- v_p [m.s⁻¹] – max. pracovní rychlost
- a [m.s⁻²] – max. zrychlení při rozběhu a zastavení

$$F_t = k_t \cdot m_z$$

Zadání příkladu

- Gravitační zrychlení: $g = 9,81[m/s^2]$
- Max. zdvih suportu: $y_{max} = 0,18[m]$
- Návrhová rychloposuvová rychlost: $v_R = 30[m/min]$
- Návrhová pracovní rychlost: $v_P = 12[m/min]$
- Max. zrychlení při rozběhu: $a = 5[m/s^2]$
- Tuhost axiálního uložení: $k_{lož} = 1000[N/μm]$
- Tlumení: $\xi = 0,1[-]$
- Délka šroubu: $l = 1[m]$
- Modul pružnosti oceli v tahu: $E = 2,1 \cdot 10^{11}[N/m^2]$
- Modul pružnosti oceli ve smyku: $G = 8 \cdot 10^{10}[N/m^2]$
- Hustota oceli: $\rho = 7850[kg/m^3]$
- Max. vzdálenost namáhání: $x_{max} = 0,54[m]$
- Sklon suportu: $\alpha = 60[^\circ]$

2. Výpočty a převody hodnot

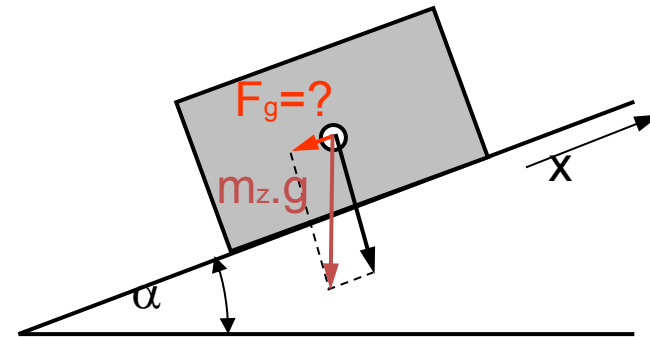
- Gravitační síla: $F_g = m_z \cdot g \cdot \sin(\alpha) = 400 \cdot 9,81 \cdot \sin(60) = 3398[N]$
- Průřez šroubu: $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} = 1,96 \cdot 10^{-3}[m^2]$
- Rychloposuvová rychlost: $v_R = 30[m/min] = 0,5[m/s]$
- Pracovní rychlost: $v_P = 12[m/min] = 0,2[m/s]$

Výpočet gravitační síly nevážku

$$F_g = ?$$

$$F_g = m_z \cdot g \cdot \sin \alpha - F_v$$

$$F_g = 3398N$$



Volba (kontrola) rychloposuvové rychlosti

- Nemá smysl, aby návrhová velikost rychloposuvu překročila mezní hodnotu v_{mez}

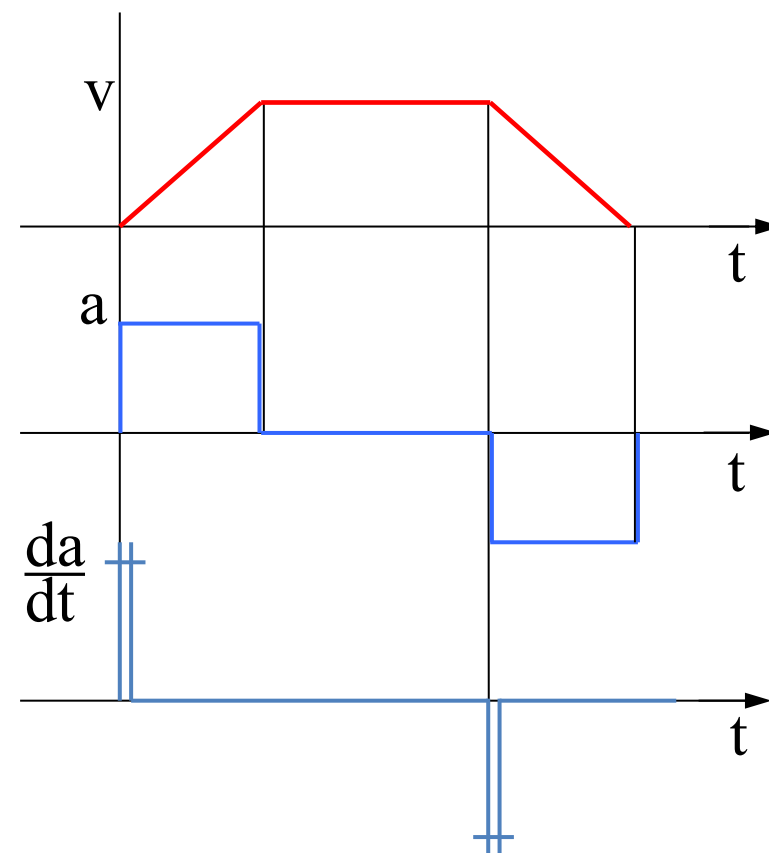
$$v_{mez} = v_{mez}(x_{max}, a(t))$$

- např. pro konstantní zrychlení (rampový rozběh) platí

$$v_r \leq v_{mez} = \sqrt{a_r \cdot x_{max}}$$

- pro konkrétní hodnoty z příkladu

$$v_{MEZ} = \sqrt{a \cdot y_{max}} = \sqrt{5 \cdot 0,18} = 2,236 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



3. Volba posuvného šroubu

- Volíme stoupání a průměr šroubu
- Minimální průměr je dán silami F_r , F_t , F_g
- Postup výpočtu dle katalogu
- Volíme optimální průměr

$\uparrow \emptyset \rightarrow \uparrow$ *tuhost*, *ale také* \uparrow *moment setrvačnosti*
 \uparrow *pasivní odpory*



Volba posuvného šroubu

Stoupání šroubu

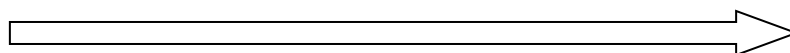
volíme největší (pro snížení oteplení šroubu)

- Každý průměr vyráběn s několika hodnotami stoupání

Max. otáčky šroubu

$$n_{rs} = \frac{v_r}{h_s}$$

1. Kontrola :



• Nesmíme překročit:

- max. otáčky dané výrobcem
- kritické otáčky (u šroubů delších než 1m)

• Nastane-li kolize:

- Zvětšit stoupání šroubu
- Zvětšit průměr šroubu
- Snížit rychlost rychloposuvu

Volba šroubu

a) Z katalogu najdeme parametry šroubu

- Průměr šroubu : $D = 50 [mm] = 0,05[m]$
- Počet nosných závitů: $z = 3,5$
- Stoupání šroubu: $h_{\xi} = 10[mm/ot] = 0,01[m/ot]$
- DN-faktor ($D \cdot n_{R\check{S}}$): $DN_{faktor} = 120000$

$$\text{Otáčky při rychloposuvu: } n_{R\check{S}} = \frac{v_R}{h_{\xi}} = \frac{0,05}{0,01} = 50 \left[\frac{ot}{s} \right] = 3000 \left[\frac{ot}{min} \right]$$

$$\text{Kontrola DN-faktoru: } DN_{faktor} = D \cdot n_{R\check{S}} = 50 \cdot 3000 = 150000 > 120000 \quad \text{NELZE}$$

Volba šroubu

b) Z katalogu najdeme parametry šroubu

- Průměr šroubu : $D = 50 [mm] = 0,05[m]$
- Počet nosných závitů: $z = 3,5$
- Stoupání šroubu: $h_{\xi} = 20[mm/ot] = 0,02[m/ot]$
- DN-faktor ($D \cdot n_{R\check{S}}$): $DN_{faktor} = 120000$

$$\text{Otáčky při rychloposuvu: } n_{R\check{S}} = \frac{v_R}{h_{\xi}} = \frac{0,05}{0,02} = 25 \left[\frac{ot}{s} \right] = 1500 \left[\frac{ot}{min} \right]$$

$$\text{Kontrola DN-faktoru: } DN_{faktor} = D \cdot n_{R\check{S}} = 50 \cdot 1500 = 75000 > 120000$$

LZE

Volba posuvného šroubu

Celková tuhost

- Nutno zahrnout deformace
 - a) def. na styku kuliček s oběžnými drahami šroubu a matice
 - b) def. axiálních/kosoúhlých ložisek
 - c) def. šroubu v tahu/tlaku
 - d) def. v krutu jádra šroubu

a) Styková tuhost kuličkového šroubu

- Není zcela lineární, nezávisí jen na počtu nosných závitů, průměru kuliček, ale i na velikosti zatížení a předpětí
- Empirický vztah z-počet závitů, D-průměr šroubu

$$k_{st} = z \cdot 5 \cdot D$$

Volba posuvného šroubu

Celková tuhost

b) Tuhost axiálního uložení

- Není zcela lineární, nezávisí jen na počtu nosných závitů, průměru kuliček, ale i na velikosti zatížení a předpětí
- Nalezneme v tabulkách výrobců ložisek
- Pro oboustranné uložení šroubu se tuhosti sčítají: $k_{lož} = k_{lož_A} + k_{lož_B}$
- Většinou se **volí obě ložiska stejná** pak: $k_{lož} = 2 \cdot k_{lož_A}$

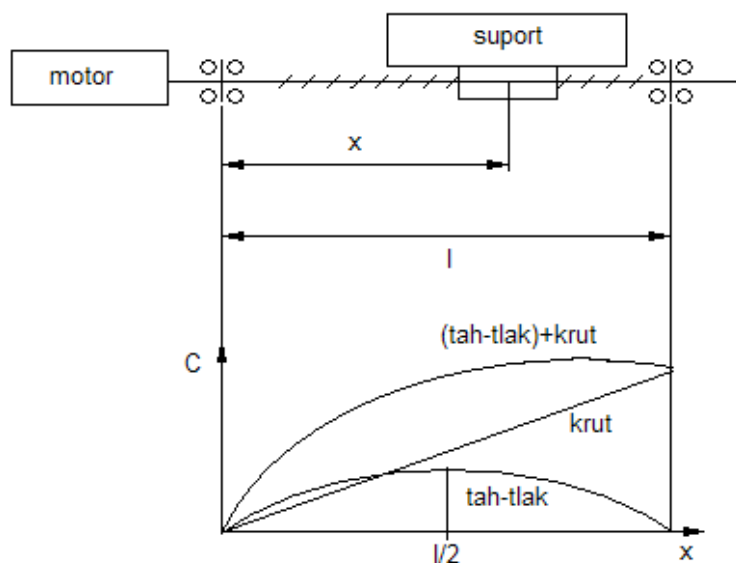
Volba posuvného šroubu

Celková tuhost

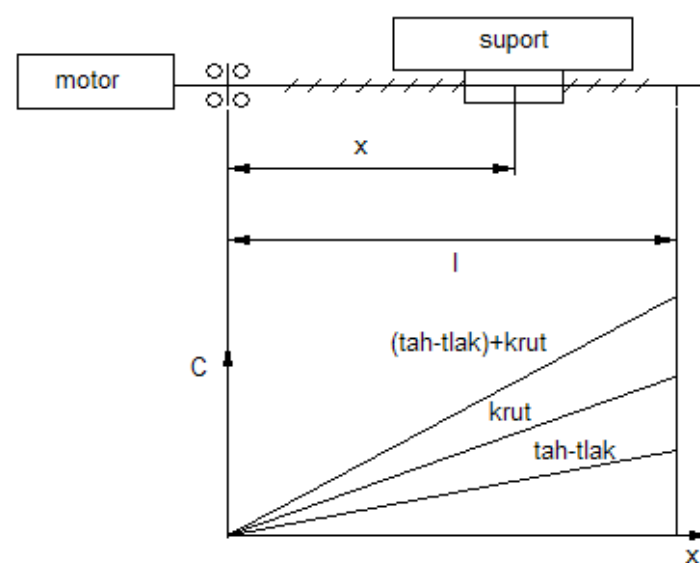
c) Tuhost šroubu v tahu - tlaku

- Deformace není závislá na předpětí, závislost mezi silou a deformací je lineární.
- Deformace závisí na místě polohy suportu.

$$C_{tah} = \frac{1}{k_{tah}} \quad k_{tah} = \frac{4 \cdot E \cdot S}{l}$$



oboustranné uložení



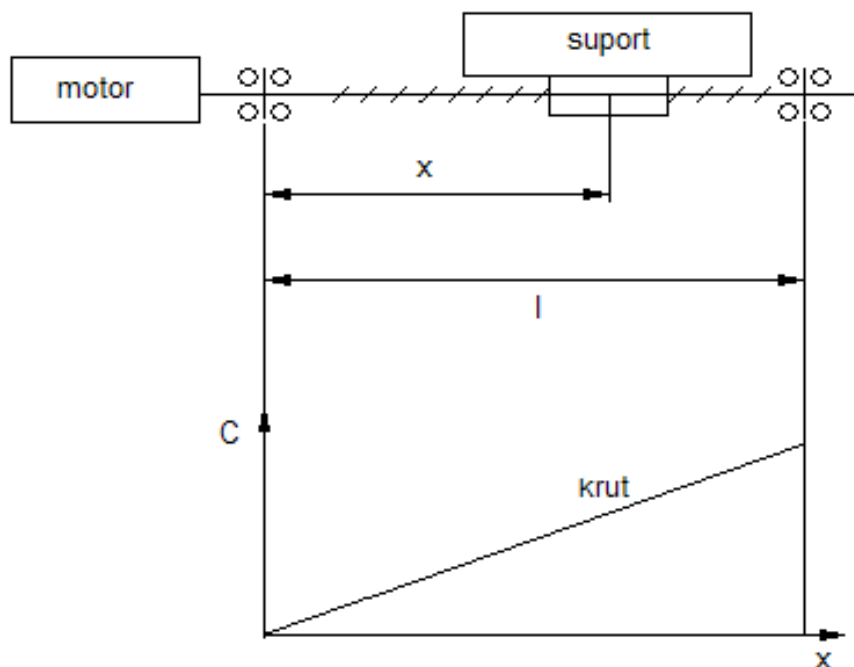
jednostranné uložení

Volba posuvného šroubu

Celková tuhost

d) Poddajnost šroubu v krutu

- Roste lineárně s polohou suportu a vzdáleností x.
- Max. poddajnost je na opačné straně než působí motor



$$C_{krut} = \frac{k_s^2 \cdot x}{G \cdot J_k}$$

$$J_k = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

$$k_s = \frac{h_s}{2 \cdot \pi}$$

G – modul pružnosti ocele ve smyku

J_k – polární moment setrvačnosti

Volba posuvného šroubu

Celková tuhost

Všechny tuhosti jsou řazeny sériově, budeme sečítat jejich převrácené hodnoty (poddajnosti).

$$k_{celk} = \frac{1}{\frac{1}{k_{st}} + \frac{1}{k_{lož}} + \frac{1}{k_{tah}} + \frac{1}{k_{krut}}}$$

Výpočet tlumení

$$b_{celk} = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{k_{celk} \cdot m_z}$$

Volba šroubu

$$\text{Výsledná tuhost: } k_{celk} = \frac{1}{\frac{1}{k_{st}} + \frac{1}{k_{lož}} + \frac{1}{k_{tah}} + \frac{1}{k_{krut}}} = \frac{1}{\frac{1}{850} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{1650} + \frac{1}{8971}} = 423 [N/\mu m]$$

$$k_{st} = z \cdot 5 \cdot D = 3,5 \cdot 5 \cdot 50 = 850 [N/\mu m]$$

$$k_{lož} = 2 \cdot k_{lož_A} = 2 \cdot 1000 = 2000 [N/\mu m]$$

$$k_{tah} = \frac{4 \cdot E \cdot S}{l} = \frac{4 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,96 \cdot 10^{-3}}{1} = 1650 [N/\mu m]$$

$$k_{krut} = \frac{\pi^3 \cdot G \cdot D^4}{8 \cdot h_s^2 \cdot x_{max}} = \frac{\pi^3 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 0,05^4}{8 \cdot 0,02^2 \cdot 0,54} = 8971 [N/\mu m]$$

Volba posuvného šroubu

Vlastní frekvence mechanické části

- Mech. prvek je v polohové smyčce kmitavý člen, jehož poměrný útlum je malý $\xi < 0,1 \rightarrow$ málo
- Aby takto málo tlumený člen neovlivňoval polohovou smyčku musí být jeho vlastní frekvence ≥ 50 Hz

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k_{celk}}{m_z}}$$

- U strojů s nepřímým odměřováním (na motoru), musí tuhost splňovat podmínku pro ztrátu pohybu vlivem pasivních odporů

$$\Delta x_T = \frac{2 \cdot F_T}{k_{celk}} \leq 5$$

Volba šroubu

Výpočet tlumení:

$$b = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{k_{celk} \cdot m_z} = 2 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{4,23 \cdot 10^8 \cdot 400} = 82267 [N \cdot s/m]$$

Vlastní frekvence $f_0 \geq 50 \text{ Hz}$:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{celk}}{m_z}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{4,23 \cdot 10^8}{400}} = 164 [Hz] > 50 [Hz]$$

Podmínka splněna tuhost mechanismu je dostatečná

Volba posuvného šroubu

Moment setrvačnosti šroubu

$$J_{\check{s}} = \frac{\pi \cdot D_{\check{s}}^4 \cdot l \cdot \rho}{32}$$

Třecí moment šroubu (empirický vzorec)

$$M_{T\check{s}} [N \cdot m] \approx D_{\check{s}} [cm]$$

Volba šroubu

Ztráta pohybu vlivem tření: $\Delta x_T = \frac{2 \cdot F_T}{k_{celk}} = \frac{2 \cdot 400}{423} = 1,89 [\mu m] < 5 [\mu m]$

Moment setrvačnosti šroubu: $J_{\check{s}} = \frac{\pi \cdot D_{\check{s}}^4 \cdot l \cdot \rho}{32} = \frac{\pi \cdot 0,05^4 \cdot 1 \cdot 7850}{32} = 4,8 \cdot 10^{-3} [kg \cdot m^2]$

Třecí moment šroubu (empirický vzorec): $M_{T\check{s}} [N \cdot m] \approx D_{\check{s}} [cm] = 5 [N \cdot m]$

4. Přepočet zadaných veličin na posuvový šroub

- pro další postup, protože při změně převodů a motoru se do návrhu šroubu již nezasahuje

- Otáčky šroubu

– při rychloposuvu:
$$n_{r\check{s}} = \frac{v_r}{h_{\check{s}}} = \frac{30}{0,02} = 1500 [ot/min]$$

– při max. prac. posuvu:
$$n_{r\check{s}} = \frac{v_p}{h_{\check{s}}} = \frac{12}{0,02} = 600 [ot/min]$$

- Celkový moment setrvačnosti zátěže (redukovaný na šroub)

$$J_{RED_s} = J_{\check{s}} + m_z \cdot \left(\frac{h_{\check{s}}}{2 \cdot \pi} \right)^2 = 4,8 \cdot 10^{-3} + 400 \cdot \left(\frac{0,02}{2 \cdot \pi} \right)^2 = 8,85 \cdot 10^{-3} [kg \cdot m^2]$$

4. Přepočet zadaných veličin na posuvový šroub

- Celkový moment tření (redukovaný na šroub)

$$M_{T_{celk_š}} = M_{T_{š}} + F_T \cdot \left(\frac{h_{š}}{2 \cdot \pi} \right) = 5 + 400 \cdot \left(\frac{0,02}{2 \cdot \pi} \right) = 6,27 [N \cdot m]$$

- Klidový moment na šroubu je dán Σ momentů nevyvážku a celkového momentu tření

$$M_{0š} = M_{gš} \mp M_{T_{celk_š}} = F_g \cdot \left(\frac{h_{š}}{2 \cdot \pi} \right) \mp M_{T_{celk_š}} = 3398 \cdot \frac{0,02}{2 \cdot \pi} \mp 6,27 = \begin{matrix} 17,08 [N \cdot m] \\ 4,55 [N \cdot m] \end{matrix}$$

- Max. statický pracovní moment je dán Σ momentu klidového a momentu vyvolaného řeznými silami a viskózním třením ($F_{Tv} = 0$)

$$M_{Pš} = M_{0š} + (F_r + F_{Tv}) \cdot \left(\frac{h_{š}}{2 \cdot \pi} \right) = 17,08 + (10000 + 0) \cdot \frac{0,02}{2 \cdot \pi} = 48,91 [N \cdot m]$$

5. Volba převodu a motoru

- Nejlepší řešením pohonu posuvu – přímé spojení motoru se šroubem (bez převodu)
- Možno vložit převod 1:1 až 1:4 tak, abychom využili 70% až 80% max. ot. motoru
- Regulační pohony pro posuvy OS nabízeny v několika ot. řadách (1500-2000-3000-4000-6000 ot./min.)
- Pro přímé spojení motoru se šroubem volíme tedy max. otáčky motoru:

$$n_{m\max} \geq 1,2 \cdot n_{r\dot{s}}$$

a) Stanovení momentu setrvačnosti motoru

- Velikost motoru (jeho M_m , J_m apod.) volíme tak, aby byly splněny dále uvedené nerovnosti:

Celkový moment setrvačnosti zátěže redukovaný na hřídel motoru nesmí podstatně přesahovat moment setr. motoru

$$J_M \geq 0,8 \cdot J_{red.\dot{s}} \cdot k_{m\dot{s}}^2$$

Volba převodu a motoru

b) Stanovení točivého momentu motoru

Podmínky jimž musí vyhovovat trvalý a max. točivý moment motoru

a) Celkové pasivní odpory red. na hřídel motoru nemají překročit 20(40)% trvalého momentu motoru

$$M_{trv}(n_m = 0) \geq M_1 = 5 \cdot M_{Tcelk.š} \cdot k_{mš}$$

b) Klidový točivý moment $M_{0š}$ musí být vždy menší než trvalý moment motoru

$$M_{trv}(n_{rm}) \geq M_2 = M_{0š} \cdot k_{mš}$$

c) Maximální statický pracovní moment na šroubu je Σ klidového mom. a mom. vyvolaného reznými silami při max. pracovní rychlost. Požadujeme – li, aby pohon mohl být trvale zatěžován tímto momentem, musí platit

$$M_{trv}(n_{pm}) \geq M_3 = M_{Pš} \cdot k_{mš}$$

Volba převodu a motoru

$$n_{mmax} = 1,2 \cdot n_{R\check{S}} = 1,2 \cdot 1500 = 1800 \rightarrow \text{volím převod } k_{M\check{S}} = 1, \\ \text{motor } 2000 \text{ ot/min}$$

Stanovení momentu setrvačnosti motoru

Celkový moment setrvačnosti zátěže

$$J_M \geq 0,8 \cdot J_{RED_s} \cdot k_{M\check{S}} = 0,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 7,08 \cdot 10^{-3} [kg \cdot m^2]$$

Celkové pasivní odpory

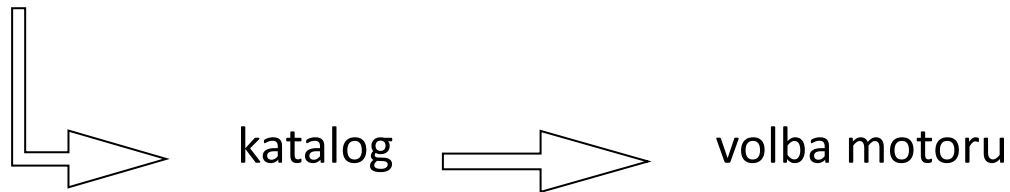
$$M_{TRV} > M_1 = 5 \cdot M_{Tcelk\check{s}} \cdot k_{M\check{S}} = 5 \cdot 6,27 \cdot 1 = 31,35 [N \cdot m]$$

$$M_{TRV} > M_2 = M_{0\check{s}} \cdot k_{M\check{S}} = 17,08 \cdot 1 = 17,08 [N \cdot m]$$

$$M_{TRV} > M_3 = 5 \cdot M_{P\check{s}} \cdot k_{M\check{S}} = 48,91 \cdot 1 = 48,91 [N \cdot m]$$

Volba motoru

- Nyní již známe všechny potřebné parametry pro výběr motoru
 - n_{\max} - max. ot. motoru
 - trvalý točivý moment motoru větší než M_1, M_2, M_3 (toleruje se cca 5% překročení)
 - J_M - moment setrvačnosti



- Pro větší zatížení je třeba do návrhu zařadit i převodovku a brát ve výpočtech zřetel na poměr převodu $k_{M\dot{s}}$.

Volba převodu a motoru

Volba motoru
známe:

$$n = 2000 \text{ ot/min} ; M_{TRV} = 48,91 \text{ N} \cdot \text{m} ; J_M = 7,08 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Nenn- drehzahl n_N min ⁻¹	Stillstandsmoment		Nenn-dreh- moment M_N (100) bei $\Delta T=100 \text{ K}$ Nm	Drehstrom-Servomotor 1FT5		Gewicht (ohne Bremse) kg	Rotor-Träg- heitsmome (ohne Bren J 10 ⁻⁴ kgm ²
	M_o (60) bei $\Delta T=60 \text{ K}$ Nm	M_o (100) bei $\Delta T=100 \text{ K}$ Nm		Bestell-Nr. Kerntyp (Lieferzeit: 20 Arbeitstage)	Bestell-Nr. Standardtyp (Lieferzeit: auf Anfrage)		
2000	2,2	2,6	2,4	1FT5 062 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 062 - 0AC71 - 1	6,5	4,7
	4,5	5,5	4,7	1FT5 064 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 064 - 0AC71 - 1	8,5	8,3
	6,5	8	6,7	1FT5 066 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 066 - 0AC71 - 1	10,5	11,8
	10	12	9,5	1FT5 072 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 072 - 0AC71 - 1	13,5	22,8
	14	18	14	1FT5 074 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 074 - 0AC71 - 1	17,2	36,7
	18	22	18,5	1FT5 076 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 076 - 0AC71 - 1	21	50,9
	27	33	28	1FT5 102 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 102 - 0AC71 - 1	31	136
	37	45	35	1FT5 104 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 104 - 0AC71 - 1	39	185
	45	55	39	1FT5 106 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 106 - 0AC71 - 1	45	239
	55	68	42,5	1FT5 108 - 1AC71 - [] [] [] 0	1FT5 108 - 0AC71 - 1	51	291

7. Kontrola dynamických stavů

Max. zrychlení motoru

$$\varepsilon_m = \frac{a}{k_{M\check{S}} \cdot k_{\check{s}}} = \frac{a}{k_{M\check{S}} \cdot \frac{h_{\check{s}}}{2 \cdot \pi}} = \frac{5}{1 \cdot 3,18 \cdot 10^{-3}} = 1570,85 \left[\frac{rad}{s^2} \right]$$

Moment setrvačnosti celého mechanismu

$$J_{REDm} = J_m + J_{RED_{\check{s}}} \cdot k_{M\check{S}}^2 = \frac{18,5 \cdot 10^{-3}}{23,9 \cdot 10^{-3}} + 8,85 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2 = \frac{27,35 \cdot 10^{-3}}{32,75 \cdot 10^{-3}} [kg \cdot m^2]$$

Max. dynamický moment (zatížen při rozběhu)

$$M_{dm} = J_{REDM} \cdot \varepsilon_m + M_{P\check{S}} \cdot k_{M\check{S}} = \frac{27,35 \cdot 10^{-3}}{32,75 \cdot 10^{-3}} \cdot 1570,85 + 48,91 \cdot 1 = \frac{91,87}{100,36} [N \cdot m]$$

Max. točivý moment

$$M_{max} \geq 1,2 \cdot M_{dm} = 1,2 \cdot \frac{91,87}{100,36} = \frac{110,24}{120,43} [N \cdot m]$$

Děkuji za pozornost